# Évaluation Mathématiques – 8 mars

## 1- Proportionnalités

### Exercice 1

Dans une classe de CM2 il y a 26 élèves. Le professeur demande à chaque élève d'aller inscrire son prénom dans un tableau en fonction du nombre d'enfants dans sa famille. Pour récapituler les résultats, le professeur efface les prénoms et les remplace par leur effectif.
On obtient :

| Nombre d'enfants n | Nombre d'élèves | Pourcentage d'élèves dont la famille comporte n enfants. |
|---|---|---|
| 1 | 5 | = 5*100/26 = 19,23 => 19,2% |
| 2 | 10 | =10*100/26 = 38,46 => 38,5% |
| 3 | 6 | = 6*100/26 = 23,08 => 23,1% |
| 4 | 5 | = 5*100/26 = 19,23 => 19,2% |
| 5 et plus | 0 | = 0*100/26 = 0% |

*a.* **Recopier et compléter le tableau (les résultats sont arrondis au dixième)**
*b.* **Combien d'élèves ont au moins deux frères et sœurs ?** 11
*c.* **Un nouvel élève arrive en cours d'année. Il a deux sœurs. Cocher les cases du tableau dans lesquelles les nombres vont changer**

### Exercice 2

Le granite est une roche cristalline formée d'un mélange hétérogène de quatre éléments : quartz, feldspath, biotite et minéraux secondaires.

1) Un bloc de granite est composé de :

- 28% de quartz,
- 53% de feldspath,
- 11 % de biotite,
- 19,2 dm3 de minéraux secondaires.

**Calculer le volume de ce bloc.**

**Le pourcentage de minéraux secondaires est égal à 100 – (38+53+11) = 8%**

**Sachant que 8% correspond à 19,2 dm3 le volume de ce bloc (100%) est donc de 100*19,2/8 = 240 dm3**

**Vérification**

- **quartz 28% => 28*19,2/8 = 67,2**
- **feldspath 53% => 53*19,2/8 = 127,2 dm3**
- **biotite 11% => 11*19,2/8 = 26,4**
- **minéraux secondaires 19,2**
  **total : 67,2+127,2+26,4+19,2 = 240 dm3**

2) Un mètre cube de ce granite a une masse de 2,6 tonnes.
**Calculer la masse du bloc de granite considéré dans la question 1.**

**1 m3 pèse 2,6 tonnes or 1 m3 = 1000 dm3**

**1000 dm3 pèse 2,6 tonnes => 240 dm3 pèse 240*2,6/1000=0,624 tonnes soit 624 kg.**

## Exercice 3

Vous faites un voyage aller et retour en voiture entre deux villes distantes de 1000 kilomètres.
À l'aller, vous roulez à la vitesse moyenne de 120 km à l'heure et vous consommez 10 litres de carburant aux 100 km.
Au retour, les conditions de circulation sont telles que vous roulez à la vitesse moyenne de 60 km à l'heure et vous consommez 8 litres aux 100 km.
Les distances parcourues à l'aller et au retour sont les mêmes.

1) **Quelle est la consommation moyenne sur l'ensemble du parcours ?**
   **1000 km aller. Vitesse 120km/h consommation 10l aux 100 km => consommation pour 1000 km = 1000 * 10/100 = 100 l**
   **1000 km retour. Vitesse 60 km/h , consommation 8l aux 100km => consommation pour 1000 km = 8*10 = 80 l**
   **Consommation totale pour 2000 km = 180l => consommation moyenne : 9l aux 100 km.**
2) **Quelle est la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours ?**

   **Aller : 120 km / heure**

   **On a donc 1000*1/120 = 8,33 => 8h + x minutes or en 8h on parcours 8*120 = 960 km => il reste donc 40 km. Sachant que 120 km sont parcourus en 60 minutes 40 km sont donc parcourus en 60/3 = 20 minutes.**

   **Les 1000 km de l'aller sont parcourus en <u>8h et 20 minutes</u>.**

   **Retour : 60 km/ heure ce qui est deux fois plus lent que l'aller donc <u>16h et 40 minutes</u>.**

   **Au total les 2000 km ont été faits en 8h20 + 16h40 = 25h**

   **Si l'on veut connaître la distance pour 1H : 2000/25 = 80.**

   **La vitesse moyenne est donc de <u>80 km/heure</u>**

# Aire, Périmètre, etc.

## Exercice 4

La figure ci-dessous est composée :

- d'un triangle isocèle ABC, rectangle en B,
- de trois demi-cercles ayant ses côtés pour diamètres.

1) À l'aide de la règle et du compas, reproduire cette figure (laisser apparents les traits de construction).

2) Sachant que AC = 7 cm, calculer

a) l'aire du triangle ABC

soit $a = BC = BA$ on a donc $AC^2 = 2\,a^2$

$49=2a^2 \Rightarrow a^2 = 49/2$

aire de ABC = $a^2/2 = 49/4=12{,}25$ cm²

b) le périmètre du triangle ABC

$a=\sqrt{24{,}5}=4{,}95$

périmètre : $2*4{,}95+7=16{,}9$

c) l'aire totale des surfaces grisées (au mm2 près).

Aire du cercle blanc (diamètre AC) = $\pi * 3{,}5^2 = 38{,}465$ mais est aussi égal à un carré de coté AB + 4 portions de cercle

$\Rightarrow 4$ portions = $38{,}465 - 24{,}5 = 13{,}965$

$\Rightarrow$ 1 portion = 3,5

1 aire grisée = demi cercle de section AB-portion = $\frac{1}{2}\,\pi\,2{,}475^2 - 3{,}5 = 6{,}12$ cm²

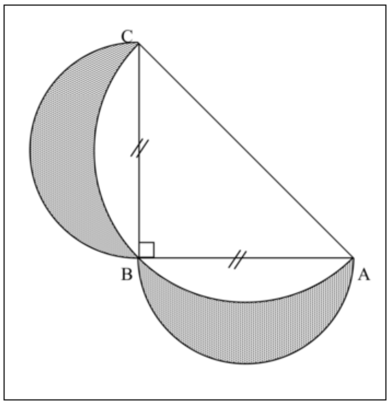
la zone grisée a donc une aire de 12,24 cm²

solution 2 : 2 demi-cercle (CB et AB) + triangle (ABC) – demi-cercle (CA)

$\pi * (4{,}95/2)^2 + a^2/2 - \frac{1}{2}\,\pi * (3{,}5)^2$

$= 19{,}24 + 12{,}25 - \frac{1}{2} * 38{,}48$

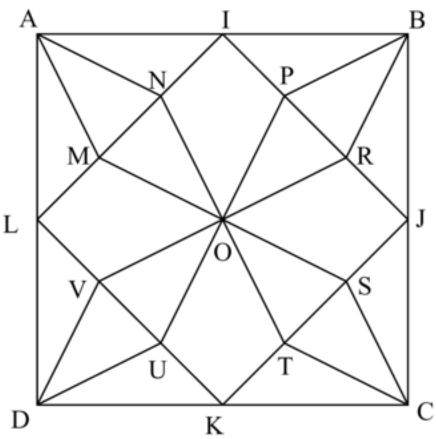
$=12{,}25$




## Exercice 5

On donne les informations suivantes à propos de la figure ci-dessous :

- ABCD est un carré de 6 cm de côté ;
- les points I, J, K, L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD], [DA] ;
- les points M et N appartiennent au segment [IL] et sont tels que les longueurs LM, MN, NI sont égales ;
- les points P, R, S, T, U, V sont placés de manière analogue sur les segments [IJ], [JK], [KL] ;
- le point O est le centre du carré ABCD.




1) En justifiant les réponses :

***a.*** déterminer la nature du triangle AIL, ABCD est un carré => DAB est un angle droit => I étant le milieu de AB et L le milieu de AD l'angle LAI est rectangle de plus I milieu de AB => AI = AB/2 = 3 cm et J milieu de AD => AJ= 3cm => **AIL est un triangle isocèle rectangle en A**

***b.*** calculer la longueur LM. Vérifier qu'on peut écrire le résultat sous la forme $\sqrt{a}$ cm, où a est un nombre entier,

$LI^2 = AI^2 + AL^2$ or $LI^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ => $LI = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Or LM = MN = NI = a => LI = 3a on a donc $LM = 1/3\ (3\sqrt{2}) = \sqrt{2}$

***c.*** déterminer la nature du quadrilatère IJKL.

En découpant ABCD par les milieux j'obtiens 4 carrés AIOL, IBJO, OJCK et OKDL. OI=OL=3cm et IOL triangle isocèle rectangle en O on a donc LIO = OLI = 45° on fait pareil pour le triangle IOJ => LIJ = LIO + OIJ = 45 + 45 =90°

Or par le théorème des milieux on sait que IL est parallèle à BD et JK parallèle à BD et de la même façon KL parallèle à AC et IJ parallèle à AC => KL parallèle à IJ => IJKL losange.

Or un losange qui a un angle droit est un carré.

IJKL est un carré

2) Montrer que l'aire du carré ABCD est le double de l'aire du quadrilatère IJKL.

Aire ABCD = 62 = 36 cm2

On a montré que $LI = 3\sqrt{2}$ => aire IJKL = $(3\sqrt{2})^2$ =9*2 =18 cm2

=> l'aire de ABCD est le double de l'aire de IJKL

3) Les aires des triangles ALM, AMN, ANI sont-elles égales ? Justifier.

L'aire d'un triangle = (bas*hauteur)/2 or les 3 bases sont égales et valent $\sqrt{2}$ et les 3 hauteurs sont identiques et sont égalent à O'A avec O milieu de IL. De ce fait les aires des triangles ALM, AMN et ANI sont égales.