

TD 3 : L'aire & périmètre (suite)

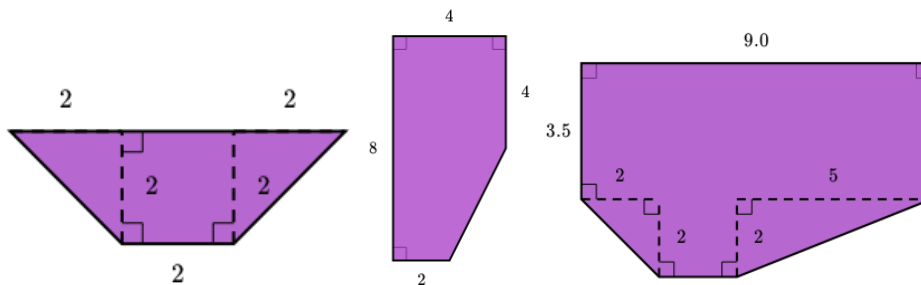
Préliminaires

Propriété 1 : Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Propriété 2 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles

Exercices

Exercice 1 : calculez les aires et les périmètres



Donnez plusieurs méthodes pour calculer chaque aire

A : aire = $2 * (2*2) = 8$ périmètre = $4*2 + 2*racine\ de\ 8 = 8 + 2*2,83 = 13,66$

B : aire = $4*4 + 4*2 + 4*2/2 = 16 + 8 + 4 = 28$
 périmètre = $4 + 4 + 8 + 2 + x$ sachant que $x^2 = 4^2 + 2^2$
 $= 4 + 4 + 8 + 2 + 4,472 = 22,47$

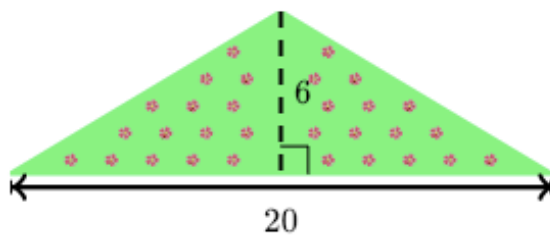
C : aire : $3,5*9 + 2*2/2 + 2*2 + 2*5/2 = 31,5 + 2 + 4 + 5 = 42,5$
 Périmètre : $9 + 3,5 + 3,5 + 2 +$ les 2 hypoténuses sachant que $x^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow x = 2,818$ et que $y^2 = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29 \Rightarrow y = 5,385 \rightarrow$ périmètre = 26,20

Exercice 2

Bénédicte va acheter des sacs de terreau pour recouvrir le parterre de fleurs représenté ci-dessous. Avec un sac de terreau elle recouvre 20m² du parterre. Sur la figure, les dimensions sont en mètres.

De combien de sacs a-t-elle besoin ?

Aire = $20*6 / 2 = 60\ m^2$ elle a donc besoin de 3 sacs.



Exercice 3

Olivia découpe une grande feuille de papier rectangulaire selon sa diagonale. Les dimensions de la feuille, en mètres, sont 1,5 et 3/4.

Calculer l'aire de chaque morceau.

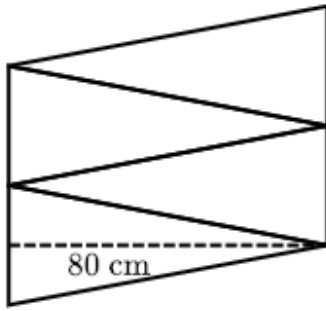
Aire = $1,5*0,75/2 = 0,56\ m^2$

Exercice 4

Cette figure dont l'aire est égale à 1 600 cm² est constituée de quatre triangles isocèles égaux.

On appelle b la base de l'un des triangles et h la hauteur issue de son sommet principal.

Calculer b.



aire 1 triangle = $1600/4 = 400$ l'aire d'un triangle = $b \cdot h/2$ ici on a donc $400 = b \cdot 80/2 \Rightarrow b = 400/80 \cdot 2 = 10 \text{ cm}$

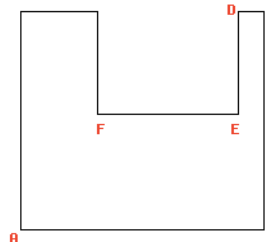
Exercice 5 : calcul d'aire de disques

- a) Calculer l'aire d'un disque dont le diamètre est 4 $\Rightarrow \pi R^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56$
- b) Calculer l'aire d'un disque dont le rayon est 8 $\Rightarrow \pi R^2 = 3,14 \cdot 8^2 = 200,96$
La valeur arrondie au centième du périmètre d'un disque est 37,68 cm. Quelle est la valeur arrondie au centième de l'aire de ce disque ? $P = 2\pi R \Rightarrow 37,68/(3,14 \cdot 2) = R \Rightarrow R = 6 \Rightarrow A = \pi R^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04$
- c) Calculer l'aire d'un disque dont le diamètre est 6 $\pi R^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26$
La valeur arrondie au centième du périmètre d'un disque est 50,24 cm. Quelle est la valeur arrondie au centième de l'aire de ce disque ? $P = 2\pi R \Rightarrow 50,24/(3,14 \cdot 2) = R \Rightarrow R = 8 \Rightarrow A = \pi R^2 = 3,14 \cdot 8^2 = 200,96$
- d) Quelle est l'aire d'un demi-disque de rayon 2 ? $(\pi R^2)/2 = 3,14 \cdot 2^2/2 = 12,56/2 = 6,28$
- a) Quelle est l'aire d'un demi-disque de rayon 6 ? $\frac{1}{2} \pi R^2 = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 36 = 56,52$
- b) Quelle est l'aire d'un demi-disque de diamètre 10 ? $\frac{1}{2} \pi R^2 = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 50 = 39,26$

Exercice 6 :

Calculer l'aire (3 moins 3 méthodes) et le périmètre de la figure suivante sachant que

- AB = 19 cm
- BC = 17 cm
- CD = 2 cm
- DE = 8 cm
- EF = 11 cm



aire =

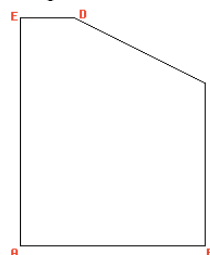
- 1) on ajoute 3 rectangles pris dans la hauteurs : $17 \cdot 6 + 9 \cdot 11 + 17 \cdot 2 = 235$
- 2) on prend le rectangle et on soustrait celui qui n'existe pas : $AB \cdot BC - DE \cdot EF = 19 \cdot 17 - 8 \cdot 11 = 235$

périmètre : $17 + 2 + 8 + 11 + 8 + 6 + 17 + 19 = 88$

Exercice 7 :

Calculer l'aire et le périmètre de la figure suivante sachant que

- AB = 17 cm
- BC = 15 cm
- CD = 13.4 cm
- DE = 5 cm
- EA = 21 cm



aire : $AB * AE - (21-15)*(17-5)/2 = 357 - 36 = 321$
 périmètre : $17 + 15 + 13,4 + 5 + 21 = 71,4$

Exercice 8 :

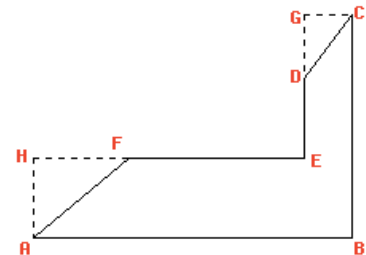
Calculer le périmètre P puis l'aire A3 d'un disque de diamètre 10 cm en arrondissant les résultats au dixième.

Aire : $3,14 * 5^2 = 3,14 * 25 = 78,5$
 Périmètre : $2 * 3,14 * 5 = 31,4$

Exercice 9 :

Calculer l'aire et le périmètre de la figure suivante sachant que

- | | |
|------------|-------------|
| AB = 20 cm | DG = 4 cm |
| BC = 14 cm | AH = 5 cm |
| CD = 5 cm | FH = 6 cm |
| CG = 3 cm | AF = 7.8 cm |



aire : 2 rectangles - 2 triangles $\Rightarrow AB * AH - AH * HF/2 + BC * CG - DG * CG/2$
 $20 * 5 - 5 * 6/2 + 14 * 3 - 4 * 3/2 = 100 - 15 + 42 - 6 \Rightarrow \text{aire} = 106$

périmètre $AB + BC + CD + DE + EF + FA = 20 + 14 + 5 + (BC - GD - AH) + (AB - CG - FH) + 7,8$
 $DE = BC - GD - AH = 14 - 4 - 5 = 5$
 $EF = AB - FH - CG = 20 - 6 - 4$
 $P = 20 + 14 + 5 + 5 +$
périmètre = 62,8

Exercice 10 :

1/ Justifier que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

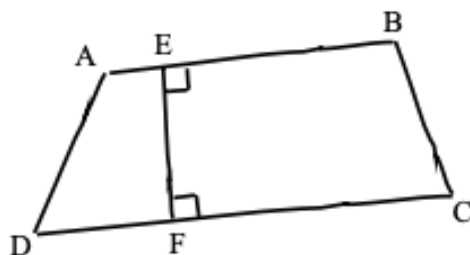
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles
 Puisque (AB) perpendiculaire à (EF) et (DC) perpendiculaire à (EF) alors (AB) // (DC)

2/ En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

ABCD est donc un trapèze

3/ Calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

Aire trapèze = $(B+b)*h/2 = (BC+AB)*EF/2 = 14*3/2 = 21$

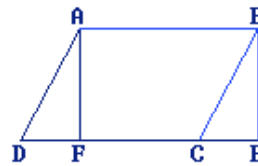


- Données :**
 EF = 3 cm
 AB = 5 cm
 DC = 9 cm

Exercice 9 :

Calculer l'aire du rectangle ABEF et du parallélogramme ABCD sachant que

AB=6cm
BC=4cm
BE=3cm

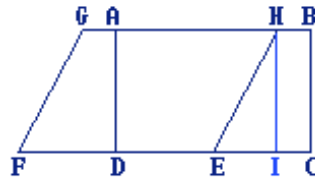


aire ABEF = AB * BE = 6 * 3 = 18

aire ABCD = AB * BE car l'aire d'un trapèze = base * hauteur et ici base = AB et hauteur = BE

Calculer l'aire du rectangle ABCD et du parallélogramme EFGH sachant que

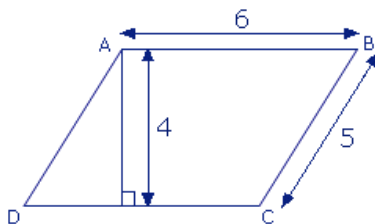
AB=EF=5cm
AD=IH=3cm



aire ABCD = AB * AD = 5 * 3 = 15

aire EFGH = EF * IH = 5 * 3 = 15

calculer l'aire et le périmètre du parallélogramme ABCD ?



aire = 6 * 4 = 24

périmètre = 6+5+6+5 = 22

Exercice 11

ABCD est un rectangle tel que AB=13 cm et BC=7cm.

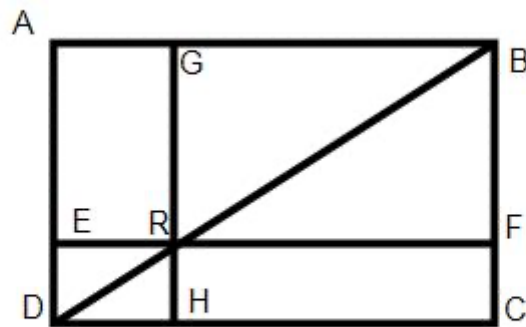
R est un point de [BD] tel que BR=12cm.

La parallèle à (AB) passant par R coupe (AD) en E et (BC) en F.

La parallèle à (AD) passant par R coupe (AB) en G et (DC) en H.

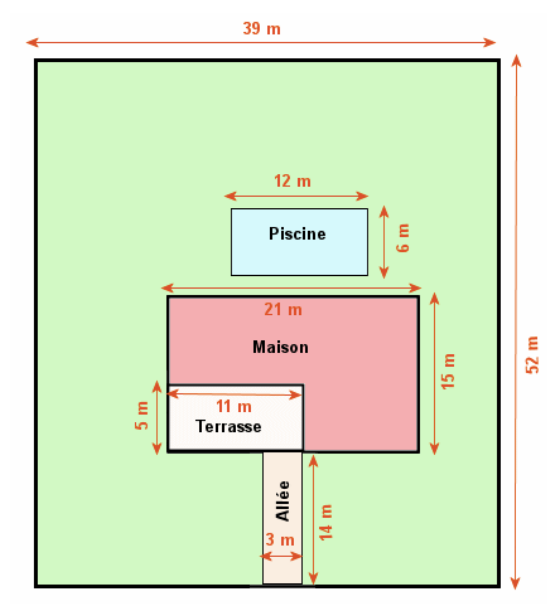
Comparez les aires des rectangles AGRE et FRHC

La figure donne ça (pas du tout à l'échelle !!!)



L'idée n'est pas du tout de partir avec des Pythagore ou autre ... mais juste un peu de logique ...
 L'aire de ADB = l'aire de DBC
 Or L'aire de RGB = l'aire de RFB et L'aire de DER = l'aire de RDH
 => on a donc l'aire de AGRE = aire de HRFC

Exercice 12 : La maison de monsieur Durand



- a) Il veut entourer ce terrain avec du grillage.
 Quelle est la longueur de grillage nécessaire sachant qu'il fera poser un portail de 4 m à l'entrée devant l'allée?

Périmètre = $52 * 2 + 39 * 2 = 182 - 4\text{m de portail} \Rightarrow$ **178m de grillage**

Le grillage est vendu par rouleaux de 25m. Combien M. Durand devra-t-il acheter de rouleaux ? $178/25 = 7,12 \Rightarrow$ **il faut 8 rouleaux**

Et combien cela lui coutera t'il sachant qu'un rouleau vaut 47,35 TTC ? Quelle longueur de grillage restera-t-il sur le dernier rouleau lorsque la clôture sera terminée ?

$8 * 47,35 = 378,8\text{€}$

- b) Calcule l'aire de tout le terrain.

$52 * 39 = 2028\text{m}^2$

- c) Calcule l'aire de l'allée.

$$3 \times 14 = 42 \text{ m}^2$$

Sachant que monsieur Durand veut mettre des pavés autobloquants de $15\text{cm} \times 15\text{cm}$ à $18,50\text{€}$ le mètre carré. Combien lui faudra-t'il de mètre carré et combien cela lui coûtera t'il ?

Sur 3m de large il met $300/15 = 20$ pavés

⇒ c'est bon pas de problème de découpe dans la largeur

sur 42 m de longueur il met $1400/15 = 93,3$ pavés

⇒ sur la partie « entière » il faudra 20×93 pavés = $1860 + 7$ (pour les découpes de la fin)
= 1867 pavés

$$1867 \times 15 \times 15 = 420075 \text{ cm}^2 = 42,0075 \text{ m}^2 \text{ (ok)}$$

$$\text{coût} : 43 \times 18,5 = 795,5\text{€}$$

- d) Calcule l'aire de la terrasse. Là ce sera du parquet à
- $8,66\text{€}$
- la lame de
- $240 \times 14,5 \text{ cm}$
- . => même question

$$11 \times 5 = 55 \text{ m}^2$$

$$\text{aire lame} : 240 \times 14,5 = 0,3480$$

$$55 / 0,3480 = 158,045 \Rightarrow 159$$

On pose les lames dans le sens de la longueur => il faudra donc $500/14,5 = 34,48$ rangées
=> 35 rangées

=> il faut mettre des lames sur 11m donc $1100/240 = 4,58$

$$r1 : 4 \text{ lames} + 140 \Rightarrow 5$$

$$r2 : 100 + 4 \text{ lames} + 40 \Rightarrow 5$$

$$r3 : 200 + 3 \text{ lames} + 180 \Rightarrow 4$$

$$r4 : 60 + 4 \text{ lames} + 80 \Rightarrow 5$$

$$r5 : 160 + 3 \text{ lames} + 220 \Rightarrow 4$$

$$r6 : 20 + 4 \text{ lames} + 120 \Rightarrow 5$$

$$r7 : 120 + 4 \text{ lames} + 20 \Rightarrow 5$$

$$r8 : 220 + 3 \text{ lames} + 160 \Rightarrow 4$$

$$r9 : 80 + 4 \text{ lames} + 60 \Rightarrow 5$$

$$r10 : 180 + 3 \text{ lames} + 200 \Rightarrow 4$$

$$r11 : 40 + 4 \text{ lames} + 100 \Rightarrow 5$$

$$r12 : 140 + 4 \text{ lames} \Rightarrow 4 \Rightarrow \text{total des 12 rangées 55 lames}$$

là on retombe sur r1

=> pour faire 35 ranges on répète 2 fois les 12 auquel on ajoute les 11 premiers

$$\Rightarrow \text{on a donc } 2 \times 55 + 51 = 161 \text{ lames}$$

$$\Rightarrow 161 \times 8,66 = 1394,26$$

- e) Calcule l'aire de la maison. Sachant que les murs font 3,6m de haut et que le crépi coûte
- 48€
- HT. => même question en TTC bien entendu (TVA à 20%).

$$15 \times 21 = 315$$

$$\text{sans terrasse} = 315 - 55 = 260$$

- f) Calcule l'aire de la piscine

$$12 \times 6 = 72$$

- g) M. Durand veut semer du gazon sur tout l'espace restant. Quelle surface sera donc réservée à la pelouse ?

$$\text{Gazon} = \text{Aire totale (2028)} - \text{aire allée (42)} - \text{aire maison (315)} - \text{aire piscine (72)} = 1599 \text{ m}^2$$

Il a choisi du gazon rustique qu'il va semer à raison de 4 kg/ 100 m². Quelle quantité de graines sera nécessaire ?

$$1599 / 100 * 4 = 63,96 \text{ kg}$$

Quelle sera la dépense sachant que le gazon est vendu à 39,50 € par sacs de 10 kg ?

$$\text{Il faut donc 7 sacs} \Rightarrow \text{coût } 7 * 39,50 = 276,5$$

h) Maintenant Monsieur Durand doit payer, plusieurs solutions s'offrent à lui

- a. S'il prend la carte du magasin il a droit à 7% de réduction sur l'ensemble de ses achats, mais il doit payer 300€ de livraison et la carte coûte 25€

$$\text{Coût : } 17\,756,48 - 17\,756,48 * 7/100 + 300 + 25 = 15\,062,88$$

- b. S'il prend la carte+ (50€), la moitié de ses achats seront plein pot, le quart suivant à 10% et le dernier à 15% et la livraison est gratuite.

$$\text{Coût } 50 + 17\,756,48/2 + 17\,756,48/4 - 17\,756,48/4 * 10/100 + 17\,756,48/4 - 17\,756,48/4 * 15/100 = 50 + 8878,24 + 4439,12 - 443,91 + 4439,12 - 665,87 = 16696,7$$

Quelle est la meilleure formule et combien payera-t-il au total ?

Il vaut mieux la carte classique pour un total de 15 062,88

sitographie

<https://fr.khanacademy.org/math/>

<http://helios.mi.parisdescartes.fr/~cabanal/WIMS/Geometrie>

<http://mathadoc.sesamath.net/Documents/college/5eme/5airevol/d3airevol.PDF>

<https://www.assistancescolaire.com/eleve/5e/maths/reviser-une-notion/calculer-l-aire-d-un-parallelogramme-5mai02#exerciceent2>

https://www.mathematiquesfaciles.com/test-de-niveau-9-situations-problemes-3-cm2-6eme_2_40089.htm

https://www.mathematiquesfaciles.com/geometrie-aires-hauteurs-et-perimetres-niveau-5eme_2_38506.htm

<http://www.educastream.com/droites-paralleles-perpendiculaires-6eme>