

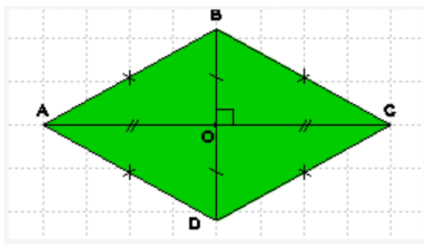
TD11 : on reprend triangles, médiane, médiatrice, etc. .. et losanges ;-)

Préliminaires

Un losange est un quadrilatère dont les quatre cotés ont la même longueur et qui possède les propriétés suivantes

- Le losange est un parallélogramme
- Le losange a ses angles opposés de même mesure et ses angles consécutifs supplémentaires
- Les diagonales du losange se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires
- Le losange a deux axes de symétrie : ses diagonales et a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales

- Si un quadrilatère a 4 côtés de même longueur, alors ce quadrilatère est un losange
- Si un parallélogramme a 2 cotés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange
- Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et qui sont perpendiculaires, alors c'est un losange.

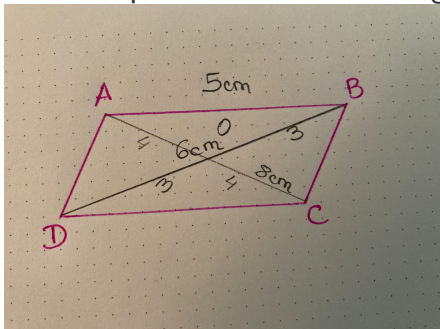


Exercice 1

ABCD est un parallélogramme de centre O tel que :

$AB = 5\text{cm}$, $BD = 6\text{cm}$ et $AC = 8\text{cm}$.

Prouver que ABCD est un losange. Détailler les différentes étapes du raisonnement



Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu. Si c'est un losange, elles se couperont en angle droit.

Si c'est un losange ODC est rectangle en O $\Rightarrow DC^2 = \frac{1}{2} BD^2 + \frac{1}{2} AC^2 \Rightarrow 25 = 16 + 9$ cqfd

Exercice 2

Un enfant cherche à déterminer les proportions de son cerf-volant, qui est en forme de losange. Il souhaite connaître la surface, l'aire de son cerf-volant. Il mesure pour cela les

diagonales de son cerf-volant. Il obtient 30cm et 45cm. Quelle est l'aire de son cerf-volant ?

$$(D*d)/2 \Rightarrow (30*45)/2 = 1350/2 = 675 \text{ cm}^2$$

Exercice 3

Déterminer le périmètre d'un losange de côté 4cm, 2m et 35cm.

Le périmètre est égal à 4 fois le coté :

$$4*4=16\text{cm}$$

$$4*2=8\text{m}$$

$$4*35=140\text{cm}$$

Déterminer l'aire d'un losange de diagonales mesurant : D=5cm et d=4cm; D=10m et d=2m; D=5m, d=1500cm

$$D=5\text{m}, d=1500\text{cm}$$

$$\text{Aire} = (D*d)/2$$

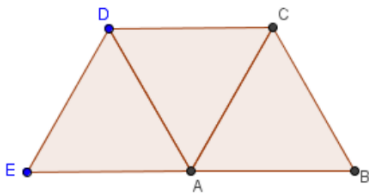
$$(5*4)/2 = 520/2 = 10 \text{ cm}^2$$

$$(10*2)/2 = 10\text{m}^2$$

$$(5*15)/2 = 75/2 = 37,5\text{cm}^2$$

Exercice 4

ABC, ACD et ADE sont trois triangles équilatéraux disposés comme sur la figure ci-dessous
Démontrer que le triangle BCE est un triangle rectangle.



Un triangle équilatéral a trois cotés égaux et 3 angles égaux donc à 60° .

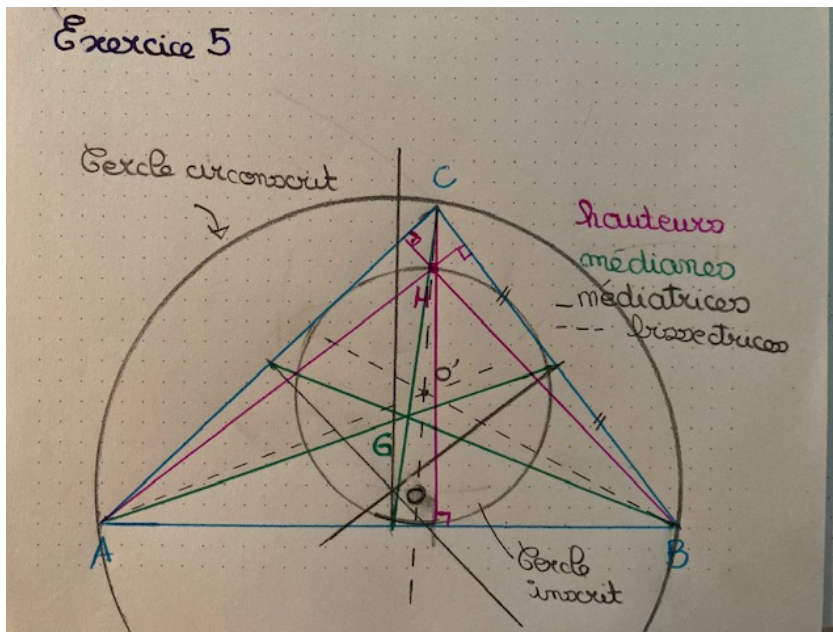
DEA est un triangle équilatéral donc ses trois cotés sont égaux, idem pour DCA et vu qu'ils ont un coté commun ([DA]), on a donc les 5 cotés égaux et dans la continuité idem avec CAD.

Tous les cotés étant égaux on a donc EDCA qui est un losange. CE est une diagonale donc coupe l'angle C en son milieu $\Rightarrow ACE=30^\circ$ d'où $BCE = BCA + ACE = 60+30=90$

\Rightarrow BCE est un triangle rectangle

Exercice 5

1. Construire un triangle ABC tel que, en cm, $AB=10$ $BC=7$ $AC=8$
2. Tracer les 3 hauteurs de ce triangle et placer son orthocentre H.
3. Tracer les 3 médianes de ce triangle et placer son centre de gravité G.
4. Tracer les 3 médiatrices de ce triangle et placer O centre du cercle circonscrit.
5. Tracer le cercle circonscrit au triangle.
6. Tracer les 3 bissectrices de ce triangle et place O' centre du cercle inscrit.

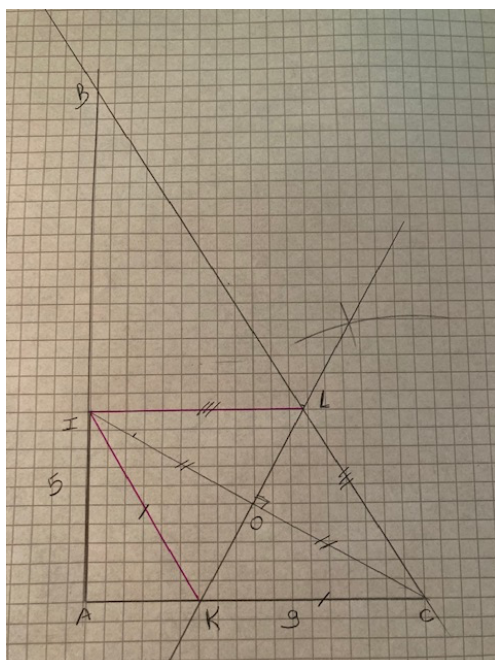


Exercice 6

1. Rappeler la définition de la bissectrice d'un angle.

C'est une demi-droite qui coupe l'angle en deux angles égaux

2. Construire et faire la liste des données de la figure suivante : BAC est un triangle rectangle en A. La bissectrice de l'angle ACB coupe [AB] en I. On donne : $AC = 9$ et $AI = 5$. (Dans tout le problème l'unité est le cm). La médiatrice de [CI] coupe [CI] en O, [AC] en K et [BC] en L.



3. montrer que CKIL est un losange

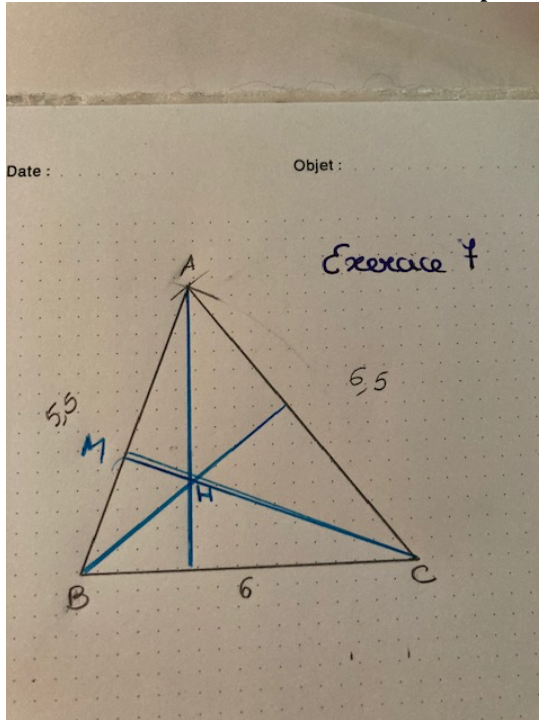
(KL) médiatrice de [CI] donc $IL=LC$ et $IK=KC$

Or CI bissectrice de ACB et KL perpendiculaire à CI $\Rightarrow KC=CL$

Les 4 coté sont égaux et les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaire \Rightarrow CKIL est bien un losange.

Exercice 7

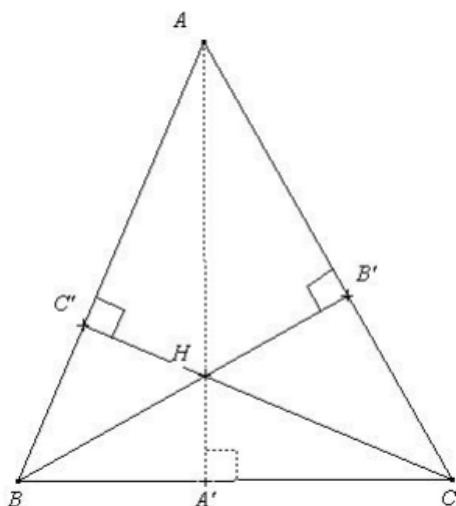
1. Construire un triangle ABC tel que $BC = 6$ cm, $AB = 5,5$ cm et $AC = 6,5$ cm. Les hauteurs issues de A et de B se coupent en H. La droite (CH) coupe [AB] en M.



2. Que représente le point H pour le triangle ABC ?
H est le point d'intersection de deux hauteurs c'est donc l'orthocentre du triangle ABC
3. Que représente [CM] pour le triangle ABC ?
C'est la troisième hauteur du triangle ABC

Exercice 8

1. Construire un triangle ABC tel que $BC = 7$ cm, $AA' = 7$ cm et $BA' = 3$ cm. A' étant le projeté orthogonal de A sur (BC). Construire les hauteurs de ABC ; H est leur point de concours.
2. Quels sont les orthocentres des triangles ABC, ABH, ACH, et BHC ?



Les orthocentres :

$ABC : H$
 $ABH : C$
 $ACH : B$
 $HBC : A$

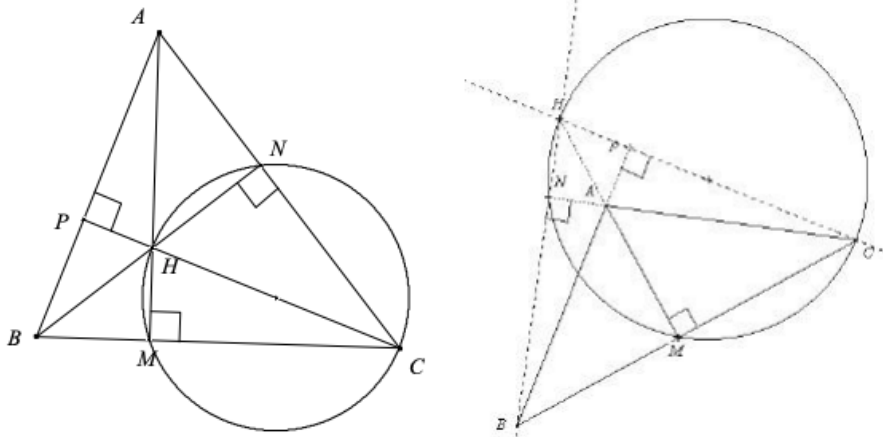
Exercice 9

Dans un triangle ABC quelconque, la hauteur issue de B coupe (AC) en N ; la hauteur issue de A coupe (BC) en M ; la hauteur issue de C coupe (AB) en P. H est leur point de concours. Construire la figure dans les deux cas suivants :

- ABC a trois angles aigus.
- ABC a un angle obtus de sommet A.

Dans chaque cas,

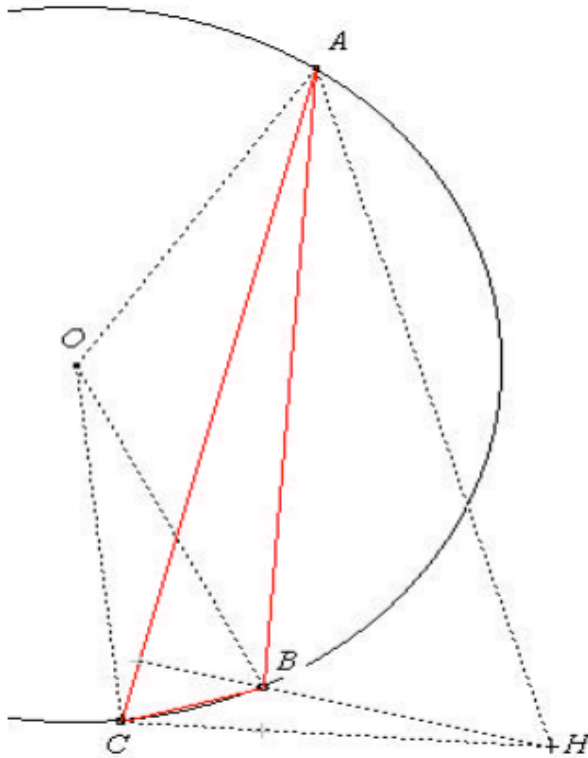
- Déterminer l'orthocentre du triangle HAB.
- Tracer le cercle de diamètre [CH].
- Démontrer que ce cercle passe par les points M et N.



1. L'orthocentre du triangle HAB est le point C.
2. Le cercle passe par les points M et N car [HC] est le diamètre du cercle et les triangles HCM et MCN sont rectangles en M et en N. Si un triangle est rectangle, l'hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit.

Exercice 10

Construire un triangle ABC inscrit dans un cercle " de centre O, tel que $\text{AOB} = 100^\circ$ et $\text{AOC} = 140^\circ$. Déterminer par le calcul les mesures des angles du triangle ABC. Soit H l'orthocentre de ABC, calculer les mesures des angles AHB, BHC et CHA.



OBC est isocèle, donc

$$\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = \frac{180 - 40}{2} = 70^\circ$$

AOB est isocèle, donc

$$\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = \frac{180 - 100}{2} = 40^\circ$$

AOC est isocèle, donc

$$\widehat{OAC} = \widehat{OCA} = \frac{180 - 140}{2} = 20^\circ$$

$$\widehat{CAB} = \widehat{OAB} - \widehat{OAC} = 40 - 20 = 20^\circ$$

$$\widehat{CBA} = \widehat{OBC} + \widehat{OBA} = 70 + 40 = 110^\circ$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{OCB} - \widehat{OCA} = 70 - 20 = 50^\circ$$

On vérifie que la somme des trois angles est égale à 180°.

$$\widehat{CAH} = 90 - \widehat{ACB} = 90 - 50 = 40^\circ$$

$$\widehat{AHB} = 90 - \widehat{CAH} = 90 - 40 = 50^\circ$$

De la même manière, on trouve :

$$\widehat{BHC} = \widehat{BAC} = 20^\circ$$

$$\widehat{CHA} = \widehat{AHB} + \widehat{BHC} = 50 + 20 = 70^\circ$$

Exercice 11

- Sur un segment [AB] de 12 cm et de milieu O, placer un point C à 8 cm de A. Tracer l'un des deux demi-cercles de diamètre [AB]. La perpendiculaire à (AB) passant par C coupe ce demi-cercle en D. Quelle est la nature de ABD ?
ABD est rectangle en D car [AB] est un diamètre du cercle circonscrit
- La perpendiculaire à (AD) passant par O coupe (AD) en H. On appelle E le point commun à (OH) et (DC). Montrer que (AE) et (OD) sont perpendiculaires.
(AE) et (OD) sont perpendiculaires car E est l'orthocentre du triangle AOD (point d'intersection des deux droites (OH) et (DC) qui portent deux hauteurs du triangle.

Exercice 12

C et C' sont deux cercles de centres respectifs O et O', qui se coupent en A et B. La droite (AO) recoupe C en M. La droite (AO') recoupe C' en M'.

Que peut-on dire des droites (MM') et (OO') ?

Les droites (MM') et (OO') sont parallèles. Dans le triangle AMM', O et O' sont les milieux de deux côtés. Si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième côté.

Exercice 13

ABCD est un rectangle. La médiatrice de [AC] coupe (AB) en E et (BC) en F. Que peut-on dire des droites (CE) et (AF) ?

Les droites (CE) et (AF) sont perpendiculaires. (FE) est perpendiculaire à (AC) et (AB) est perpendiculaire (FC) donc E est l'orthocentre du triangle AFC, et (EC) porte donc la troisième hauteur

Exercice 14

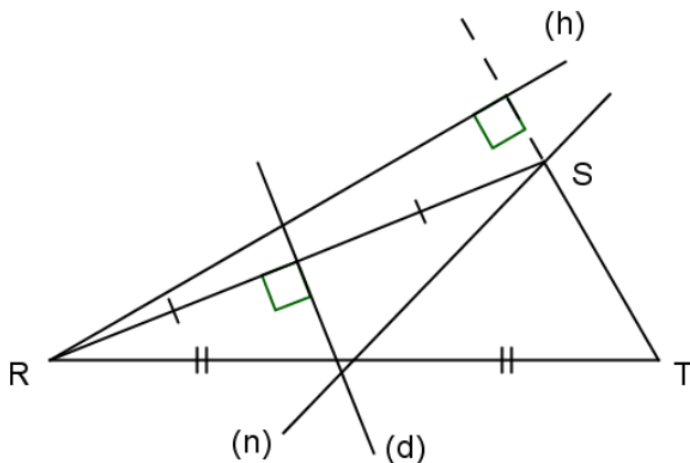
Préciser s'il existe un triangle de longueur de côtés 28 m, 33 m et 7 m. Justifier la réponse.

$$7+28 > 33$$

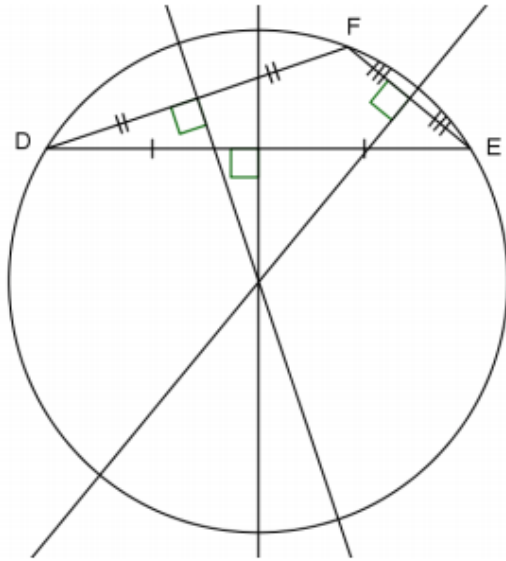
Donc, il existe un triangle de longueur de côtés 28 m, 33 m et 7 m.

Exercice 15

Construire un triangle RST tel que $RT = 8$ cm $RS = 7$ cm et $TS = 3$ cm Pour le triangle RST, construire : la hauteur (h) issue de R, la médiane (n) issue de S et la médiatrice (d) du côté [RS]

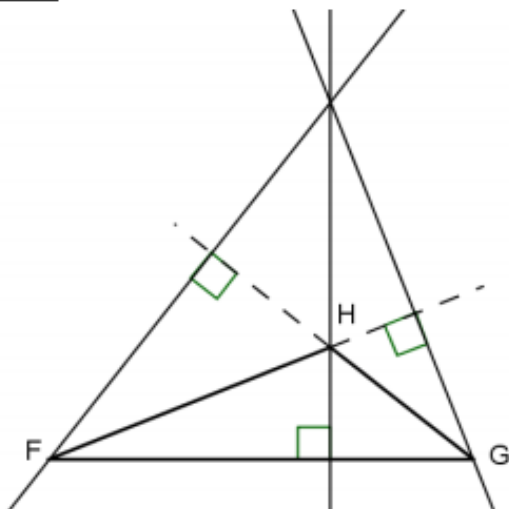
**Exercice 16**

Construire un triangle DEF tel que $DE = 8$ cm, $DF = 3$ cm et $EF = 6$ cm. Construire le cercle circonscrit du triangle DEF.



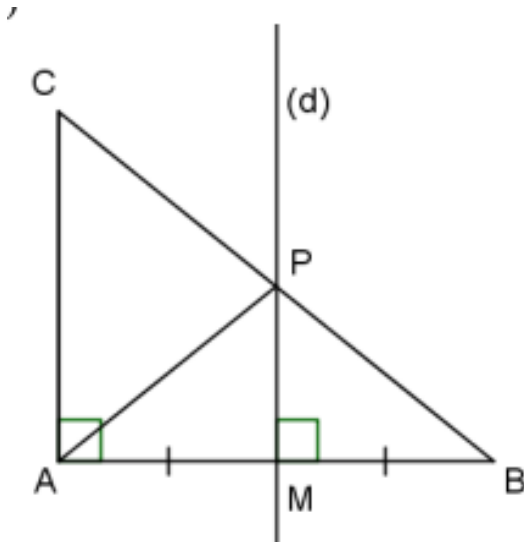
Exercice 17

Construire un triangle FGH tel que $FG = 7$ cm, $FH = 3$ cm et $GH = 5$ cm. Construire les trois hauteurs du triangle FGH .



Exercice 18

- 1) Construire un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 5$ cm et $AC = 4$ cm. Coder l'angle droit en A . Construire la médiatrice (d) du côté $[AB]$. Elle coupe $[AB]$ en M et $[BC]$ en P . Coder l'angle droit en M .



2) Démontrer que (d) est parallèle à (AC). Pour cela recopier et compléter la démonstration suivante.

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

(d) perpendiculaire à (AB) et (AC) perpendiculaire à (AB) donc $(d) \parallel (AC)$

3) Démontrer que le triangle ABP est isocèle en P.

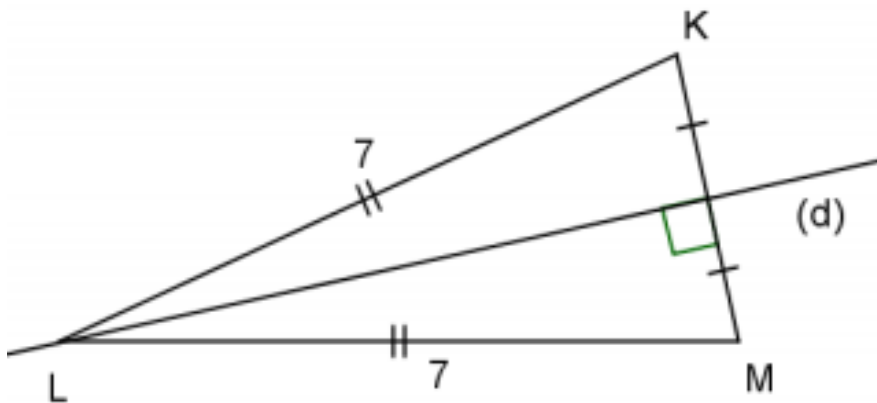
Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

P appartient à la médiatrice (d) du segment [AB] Donc, $PA = PB$

Donc, le triangle ABP est isocèle en P.

Exercice 19

1) Tracer un segment [LM] tel que $LM = 7$ cm. Construire K tel que $MK = 3$ cm et $LK = 7$ cm Construire la médiatrice (d) de [MK].

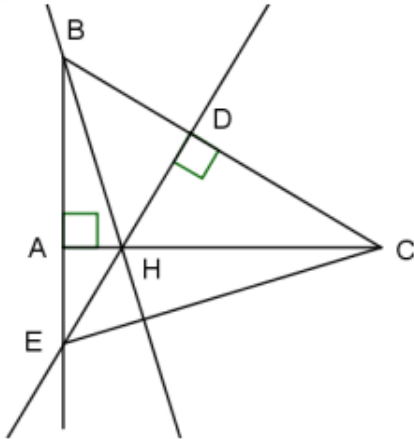


2) Justifier que L appartient à la droite (d)

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment. $LM = LK = 7$ cm Donc, L appartient à la médiatrice (d) de [MK]

Exercice 20

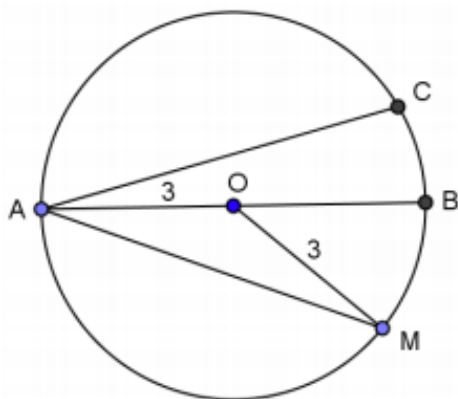
- 1) Construire ABC un triangle rectangle A tel que $AB = 3$ cm et $AC = 5$ cm. Coder l'angle droit en A. Placer un point D sur [BC] tel que $CD = 3,5$ cm. Tracer la perpendiculaire à (BC) passant par D. Elle coupe le segment [AC] en H et la droite (AB) en E. Coder l'angle droit en D.



- 2) Que représentent (ED) et (AC) pour le triangle BEC ? (répondre sans justifier)
 la droite (ED) est la hauteur issue de E.
 la droite (AC) est la hauteur issue de C.
- 3) Que représente (BH) pour le triangle BEC ? Justifier la réponse.
 Les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
 Dans le triangle BEC (ED) et (AC) sont deux hauteurs du triangle BEC. Donc, (BH) est la troisième hauteur du triangle BEC.

Exercice 21

Construire un cercle de centre O de rayon 3 cm. Tracer un diamètre [AB]. Construire un point C sur le cercle tel que $AC = 5,8$ cm. Placer un point M quelconque sur le cercle M.



Démontrer que : $AM \leq 6$ cm

On applique l'inégalité triangulaire dans le triangle AOM

$$AM \leq AO + OM$$

$$AM \leq 3 + 3$$

$$AM \leq 6$$

Sitographie

Les exo 2 à 14 sont issus de ce site et il y a la correction avec

<http://mathadoc.sesamath.net/Documents/college/4eme/4dtermq/f14dtermq.PDF>

les exo 15 à sont issus de ce site et il y a les corrections avec

http://mdkaddouri.free.fr/cours/cinquieme_cours/geometrie/ch2_triangles_droites/06_correction.pdf

https://www.superprof.fr/ressources/scolaire/maths/cours-7/5eme-7/geometrie-forme-plane.html#chapitre_exercices