

Devoir Maison

Exercice 1 : 2pts

Vous faites un voyage aller et retour en voiture entre deux villes distantes de 1000 kilomètres. À l'aller, vous roulez à la vitesse moyenne de 120 km à l'heure et vous consommez 10 litres de carburant aux 100 km.

Au retour, les conditions de circulation sont telles que vous roulez à la vitesse moyenne de 60 km à l'heure et vous consommez 8 litres aux 100 km.

Les distances parcourues à l'aller et au retour sont les mêmes.

1) Quelle est la consommation moyenne sur l'ensemble du parcours ?

1000 km aller. Vitesse 120km/h consommation 10l aux 100 km => consommation pour 1000 km = $1000 * 10/100 = 100$ l

1000 km retour. Vitesse 60 km/h , consommation 8l aux 100km => consommation pour 1000 km = $8 * 10 = 80$ l

Consommation totale pour 2000 km = 180l => consommation moyenne : 9l aux 100 km.

2) Quelle est la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours ?

Aller : 120 km / heure

On a donc $1000 * 1/120 = 8,33 \Rightarrow 8h + x$ minutes or en 8h on parcourt $8 * 120 = 960$ km => il reste donc 40 km. Sachant que 120 km sont parcourus en 60 minutes 40 km sont donc parcourus en $60/3 = 20$ minutes.

Les 1000 km de l'aller sont parcourus en 8h et 20 minutes.

Retour : 60 km/ heure ce qui est deux fois plus lent que l'aller donc 16h et 40 minutes.

Au total les 2000 km ont été faits en $8h20 + 16h40 = 25h$

Si l'on veut connaître la distance pour 1H : $2000/25 = 80$.

La vitesse moyenne est donc de 80 km/heure

Exercice 2 : 3 pts

Voici des indications sur la répartition durant l'année scolaire 2004-2005, des 260 élèves d'un établissement scolaire sans internat.

- Il y a 78 garçons demi-pensionnaires,
- 35% des garçons sont externes,
- 45% des filles sont externes.

1) a) Déterminer le nombre de garçons.

b) Compléter le tableau suivant :

	Nombre de garçons	Nombre de filles	Total
Nombre de demi-pensionnaires	78 65% pour garçon	$140 - 63 = 77$ $55 * 140 / 100 = 77$	$77 + 78 = 155$
Nombre d'externes	35% -> $35 * 78 / 100 = 42$	45% $= 140 * 45 / 100 = 63$	$63 + 42 = 105$
Total	$78 + 42 = 120$	$260 - 120 = 140$	260

2) Parmi les élèves de l'établissement (Les résultats seront arrondis à l'unité) :

a) Quel est le pourcentage des externes ? $105 * 100 / 260 = 40\%$

b) Quel est le pourcentage des garçons demi-pensionnaires ? $78 * 100 / 260 = 30\%$

c) Quel est le pourcentage des élèves qui sont des garçons ou des externes ?

$$\text{somme garçons et filles externes} = 120 + 63 = 183 \Rightarrow 183 * 100 / 260 = 70\%$$

3) De l'année scolaire 2003-2004 à la suivante, les effectifs de l'établissement ont augmenté de 4 %.

Quel était le nombre d'élèves scolarisés dans cet établissement en 2003-2004 ?

$$100 \rightarrow 104$$

$$x \rightarrow 260$$

$$\text{on a donc } x = 260 * 100 / 104 = 250$$

Exercice 3 : 2pts

Un particulier souhaite carreler le sol d'une pièce rectangulaire à l'aide de dalles carrées en linoléum. La pièce mesure 4,2 m sur 8,7 m. Il souhaite n'utiliser que des dalles entières.

Il a le choix entre des dalles carrées de 15 cm, 12 cm, 29 cm, 30 cm ou 45 cm de côtés.

1) Quelles sont les dalles qu'il serait possible d'utiliser ?

Dans la largeur de la pièce

- $420 / 12 = 35$
- $420 / 15 = 28$
- $420 / 29 = 14,48 \Rightarrow \text{impossible}$
- $420 / 30 = 14$
- $420 / 45 = 9,33 \Rightarrow \text{impossible}$

Dans la longueur

- $870 / 12 = 72,5 \Rightarrow \text{impossible}$
 - $870 / 15 = 58$
 - $870 / 29 = 30$
 - $870 / 30 = 29$
 - $870 / 45 = 19,33$
- $\Rightarrow$ les modèles de dalles possibles sans découpe sont 15*15 et 30*30

2) Sachant que les prix des dalles sont affichés à l'unité

Dimension	12 x 12	15 x 15	29 x 29	30 x 30	45 x 45
Prix en €	1,0	1,2	2,3	2,3	5,0

Quel sera le coût minimal de cet achat ?

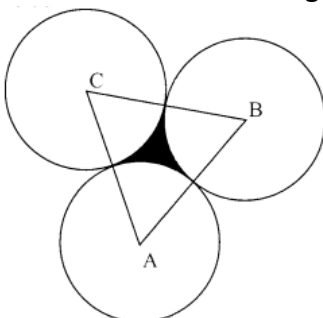
$$\text{Avec les dalles de } 15*15 \text{ il en faut } 28*58 = 1624 \text{ à } 1,2\text{€/pièce} \Rightarrow 1624*1,2 = 1948,8\text{€}$$

$$\text{Avec les dalles de } 30*30 \text{ il en faut } 14*29 = 406 \text{ à } 2,3\text{€/pièce} \Rightarrow 406*2,3 = 933,8\text{€}$$

Le coût minimal de cet achat sera 933,8€ avec les dalles de 30*30cm.

Exercice 4 : (2pts)

Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C sont les centres de trois cercles, de même rayon, tangents deux à deux. Soit r le rayon de ces cercles. Calculez, en fonction de r , l'aire de la partie noire intérieure au triangle et délimitée par les trois cercles.



ABC triangle équilatéral de coté $2r$. $\Rightarrow$ chacun des angles est égal à 60° .

L'aire de chacune des portions est de $1/6$ de cercle soit $1/6 \pi r^2$.

La somme des 3 portions = $\frac{1}{2} \pi r^2$

L'aire du triangle ABC = base * hauteur / 2

Calcul de la hauteur (pythagore) : $h^2 + r^2 = 4r^2 \Rightarrow h^2 = 3r^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}r$

Aire du triangle = $2r \sqrt{3}r/2 = \sqrt{3} r^2$

Aire de la partie noire = aire du triangle – 3 portions de cercle = $\sqrt{3} r^2 - \frac{1}{2} \pi r^2 = r^2 (\sqrt{3} - \frac{1}{2} \pi)$

Exercice 5 : (2pts)

Depuis ce matin, un magasinier range sans interruption des caisses dans un entrepôt. Il a calculé que, s'il range 50 caisses à l'heure, il aura fini à 11h30. Si par contre, il en range 60 à l'heure, il aura fini à 11 h15.

A quelle heure a-t-il commencé son travail ? Justifier la réponse.

Soit n le nombre de caisses que le magasinier doit ranger.

La durée 1 mise pour ranger n caisses est donc $n/50$ (en heure)

Durée 2 = $n/60$ (en heure)

On sait qu'entre durée 1 et durée 2 il y a 15 minutes d'écart soit $\frac{1}{4}$ d'heure soit 0,25 heure.

On a donc $n/50 - n/60 = 0,25$.

$$\Rightarrow \frac{6n}{300} - \frac{5n}{300} = 0,25 \Rightarrow \frac{n}{300} = 0,25 \Rightarrow n = 300 * 0,25 = 75$$

On sait donc que le magasinier a rangé 75 caisses.

On calcule maintenant les durées 1 et 2 sachant qu'il y a 75 caisses.

durée 1 = $n/50 = 75/50 = 1,5$

durée 2 = $n/60 = 75/60 = 1,25$

Pour savoir à quelle heure il a commencé il faut déduire la durée 1 à l'heure de fin : $11,5 - 1,5 = 10$

Et vérifier en déduisant la durée 2 à la seconde heure de fin : $11,25 - 1,25 = 10$

Conclusion : il a commencé à dix heures.

Exercice 6 : (2,5pts)

Les données de cet exercice sont issues de la « Note d'Information » du Ministère de l'Éducation Nationale (Direction de la programmation et du développement) de mars 2003.

Pourcentage de lecteurs en grave difficulté selon le niveau de scolarité (en %)					
	Niveaux de scolarité				Ensemble
	1 Etudes n'ayant pas dépassé le collège	2 Etudes de niveau CAP ou BEP	3 Etudes professionnelles et techniques supérieures au BEP*	4 Etudes générales à partir du lycée	
Garçons	27,6	12,9	3,6	1,6	8,0
Filles	20,1	8,4	2,8	1,2	3,9
Garçons et filles	25,3	11,1	3,2	1,4	6,0

Répartition de l'ensemble par niveau	6,7	29,1	11,7	52,5	100,0
--------------------------------------	-----	------	------	------	-------

Lecture

- 27,6% des garçons de niveau scolaire 1 sont en grave difficulté de lecture. Ce taux est de 8% sur l'ensemble des garçons dont les résultats à la JAPD 2001- 2002 sont connus.
- 6,7% de l'ensemble de la population présente à la JAPD n'ont pas dépassé le collège.

- 1) Peut-on parler de situation de proportionnalité entre garçons et filles pour décrire la situation des lecteurs en grave difficulté ? Si oui, pourquoi ? Si non, pourquoi ?

Non si on fait le produit en croix $27,6 * 8,4 / 12,9$ on n'obtient pas 20,1 $\Leftrightarrow 27,6/20,1$ est différent de $12,9/8,4$

2)

a) Le nombre de jeunes participant à la JAPD est de 522 148. Calculer le nombre de jeunes qui ont une scolarité de niveau 1 ; puis, parmi cette population dont la scolarité est de niveau 1, calculer le nombre de jeunes (garçons et filles confondus) en grave difficulté. Faire de même pour les niveaux 2, 3 et 4.

	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	total
Pourcentage	6,7	29,1	11,7	52,5	100
effectif	$522148 * 6,7/100 = 34\,984$	$522148 * 29,1/100 = 151\,945$	$522148 * 11,7/100 = 61\,091$	$522148 * 52,5/100 = 274\,128$	522148

Pour l'effectif total on reprend les résultats du tableau ci-dessus

Pour le pourcentage on reprend ce qui est dans le tableau de données

	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
Effectif total	34 984	151 945	61 091	274 128
%age de jeunes en grave difficulté	25,3	11,1	3,2	1,4
Nbre de jeunes en grave difficulté	8851 ie : $(34984 * 25,3/100)$	$16\,866$ ie : $(151\,945 * 11,1/100)$	1955 ie : $(61\,091 * 3,2/100)$	3838 ie : $(274\,128 * 1,4/100)$

b) Calculer le pourcentage de jeunes (garçons et filles confondus) en grave difficulté par rapport à la population totale, pour chaque niveau de scolarité.

Sur une population totale de 522 148 il y a 8851 jeunes en grave difficulté au niveau 1.
 $8851/522\ 148 = 0,017 = 1,7\%$

En faisant les mêmes types de calculs on obtient ainsi

	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
Pourcentage de jeunes en grave difficulté par rapport à la population totale	1,7	3,2	0,4	0,7

- 2) En appelant x le nombre de garçons de niveau 1 et y le nombre de filles de niveau 1, donner deux relations qui lient x et y. Calculer ensuite les valeurs de x et y.

$$x + y = 34\ 984$$

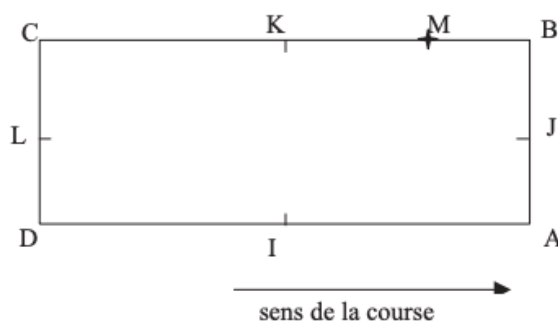
on sait que 27,6% de garçons et 20% des filles de niveau 1 sont en grave difficulté ; le nombre de ces jeunes est de 8851

$$\Rightarrow 27,6/100 x + 20,1/100 y = 8851 \Rightarrow 27,6x + 20,1 y = 885100$$

$\Rightarrow$... oups !!! trop difficile ;-)

Exercice 7 (4pts)

Une course pédestre est organisée le long d'un parcours rectangulaire comme indiqué par la ci-dessous :



AB = 3 km
BC = 8 km

Les points I, J, K, L sont les milieux respectifs des côtés [DA], [AB], [BC], [CD].

On appelle x la distance parcourue, à partir du départ situé en I, par un coureur représenté par un point noté M. On appelle V(x) la distance à vol d'oiseau du point I au point M.

- 1) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous. On Justifiera les résultats lorsqu'ils nécessitent un calcul ou un raisonnement.

Position du point M	I (départ)	A	B	K	C	D	I (arrivée)
x	0	4	7	11	15	18	22
V(x)	0	4	5	3	5	4	0
Explications			$IB = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25}$		IC=IB		

En I : 0

En A : distance IA = BC/2 puisque I milieu de DA = 4

En K : IK = BA = 3

D : ID = IA = 4

- 2) Comment varie la distance à vol d'oiseau $V(X)$ lorsque le coureur représenté par le point M effectue un tour du parcours ?

On sépare les différents cotés

1°) Pour M sur [IA], $V(x) = x$

2°) Pour M sur [AB], $V(x)^2 = IA^2 + AM^2$ avec $AM = x-4$ donc $AM^2 = 16 - 8x + x^2$
 $\Rightarrow V(x)^2 = 32 - 8x + x^2$

3°) Pour M sur [BC], on aura un triangle rectangle en K soit IKB soit IKC et
 $V(x)^2 = IK^2 + KM^2$ avec $IK^2 = 9$ et $KM = |x-11|$ donc $KM^2 = 121 - 22x + x^2$
 $\Rightarrow V(x)^2 = 130 - 22x + x^2$

4°) Pour M sur [CD], $V(x)^2 = ID^2 + DM^2$

Pour M sur [DI], $V(x) = \text{tour complet} - IM = 22 - x$

- 3) Reproduire et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis au dixième de kilomètre et justifiés.

x en km	5	6	8	9	10
V(x) en km					

Pour $x = 5$ et $x = 6$ on a x sur [AB] donc $V(x)^2 = AI^2 + Ax^2$

$$V(5)^2 = 16 + 1 = 17 \Rightarrow V(5) = \sqrt{17} = 4,12$$

$$V(6)^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow V(6) = \sqrt{20} = 4,47$$

Pour $x = 8$, $x = 9$ et $x = 10$ on a x sur [BC] donc $V(x)^2 = KI^2 + Kx^2$

$$V(8)^2 = 9 + (11-x)^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow V(8) = \sqrt{18} = 4,24$$

$$V(9)^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow V(9) = \sqrt{13} = 3,6$$

$$V(10)^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow V(10) = \sqrt{10} = 3,16$$

- 4) On prévoit pour les vétérans le parcours correspondant au quadrilatère IJKL. De quel pourcentage le parcours initial a-t-il été réduit ? On donnera le résultat à l'unité près par défaut.

Le parcours initial mesure $2 \times 8 + 2 \times 3 = 16 + 6 = 22$ km

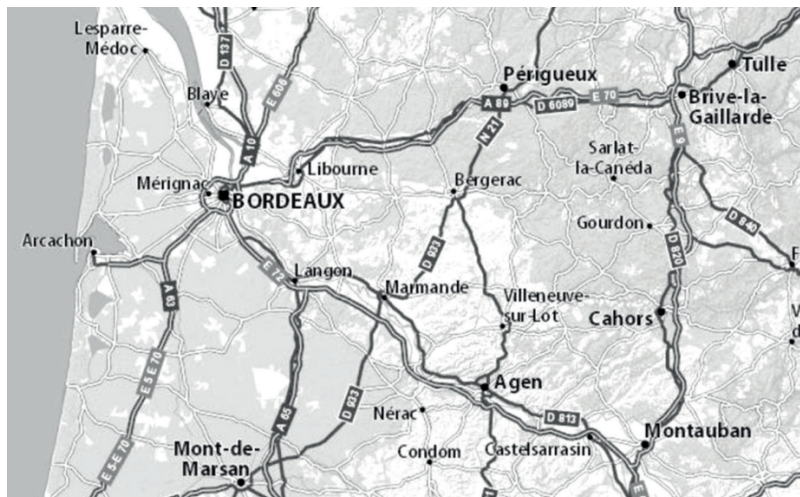
Le parcours vétérans mesure $4 \times IJ$ avec $IJ^2 = AI^2 + AJ^2 = 16 + 2,25 = 18,25$

d'où $IJ = \sqrt{18,25} = 4,27$

Le parcours vétérans mesure donc mesure 17,09 km il correspond donc à 77,68% du parcours initial. Il a donc été réduit de 22,32%.

Exercice 8 (2,5pts)

Une entreprise de BTP est mandatée pour étudier la faisabilité de la réalisation d'une portion d'autoroute et d'un nouvel échangeur dans la région de Bordeaux / Brive-la-Gaillarde / Montauban.

Figure 1 : Source = <http://www.viamichelin.fr/>

Représentation géométrique

À vol d'oiseau, il y a 204,4 km entre Brive-la-Gaillarde et Bordeaux, 210 km entre Bordeaux et Montauban et 145,6 km entre Montauban et Brive-la-Gaillarde. On admet que cette situation géographique est modélisée par un triangle ABC, construit à une certaine échelle, dans lequel A représente Bordeaux, B représente Brive-la-Gaillarde et C représente Montauban. Dans ce triangle, la longueur AB est 7,3 cm.

- a) Montrer que la longueur AC est 7,5 cm et que la longueur BC est 5,2 cm.

	A-B (bordeaux-brive)	AC (bordeaux-montauban)	BC (brive montauban)
Distances réelles en km	204,4	210	145,6
Mesures sur ABC en cm	7,3	$= 210 \times 7,3 / 204,4$ $= 7,5$	$= 145,6 \times 7,3 / 204,4$ $= 5,2$

- b) Construire le triangle ABC.

On utilise le compas pour dessiner

- c) Déterminer l'échelle utilisée pour modéliser la situation.

Je cherche ce que 1cm représente en réel. $1 \times 204,4 / 7,3 = 28$ on a donc 1 cm correspond à 28 km qui équivaut à 2 800 000 cm l'échelle est donc 1 / 2 800 000.